CONCOURS 2024 D'ADMISSION DANS LES ECOLES
DU SERVICE DE SANTE DES ARMEES

CATEGORIE BACCALAUREAT – Sections : Médecine, Pharmacie

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Avril 2024

Durée : 1 heure 30 minutes
Coefficient 2

Avertissement :
L'utilisation de calculatrice, règle de calcul, formulaire, papier millimétré, téléphone portable n'est pas autorisée.

- Le candidat traitera les trois exercices ;
- Les réponses des exercices 1 et 2 seront données sur la grille prévue à cet effet ;
- L'exercice 3 sera traité sur une copie à part ;
- La qualité de la présentation des copies et de l'orthographe sera prise en compte dans l'évaluation ;
- Le candidat vérifiera que le sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

EXERCICE 1 (6 points)

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.
On demande au candidat d'indiquer ***sans justification*** *la réponse qui lui paraît exacte* ***en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.***
Toute réponse juste est comptée + 1 point, toute réponse fausse est comptée – 0,25 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 1

Le prix d'un médicament au cours de l'année 2023 a été multiplié par 4.

A. Le prix a augmenté de 400 % en 2023.
B. Le prix a augmenté de 500 % en 2023.
C. Pour retrouver sa valeur du début de l'année 2023, le prix doit diminuer de 75 % en 2024.
D. Pour retrouver sa valeur du début de l'année 2023, le prix doit diminuer de 80 % en 2024.

QCM 2

Dans une population, un individu sur 5 est vacciné. On sait de plus que la probabilité qu'un individu soit malade, sachant qu'il est vacciné, est égale à $\frac{1}{10}$. Enfin, la probabilité qu'un individu ne soit pas vacciné sachant qu'il est malade est 5 fois plus grande que la probabilité qu'un individu soit vacciné sachant qu'il est malade.

La probabilité qu'un individu soit malade est alors :

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{20}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{3}{25}$

QCM 3

Soit l'équation : $(\ln(x))^2 + 4\ln(x) - 5 = 0$ dans IR. L'ensemble des solutions de cette équation est :

A. $\emptyset$ B. {-5 ; 1} C. {2} D. $\{e^{-5}; e\}$

QCM 4

Soit l'équation : $e^{x^2+4x} = \frac{1}{e^4}$ dans IR. L'ensemble des solutions de cette équation est :

A. $\emptyset$ B. {-2} C. {-2 ; 1} D. {0 ; 2}

QCM 5

On considère la fonction *f* définie sur IR par : $f(x) = \frac{-2e^x}{1+e^x}$.

La fonction dérivée *f'* de la fonction *f* est telle que *f'(x)=*

A. -2 B. $\frac{-2e^x-4e^{2x}}{(1+e^x)^2}$ C. $\frac{-2e^x}{(1+e^x)^2}$ D. $\frac{-2e^x-4e^{x^2}}{(1+e^x)^2}$

QCM 6

La limite : $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+4x-5} - x)$ est égale à :

A. $+\infty$ B. 0 C. 1 D. 2

EXERCICE 2 (6 points)

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.
On demande au candidat d'indiquer ***sans justification*** *la réponse qui lui paraît exacte* ***en cochant la case sur la grille prévue à cet effet****.*
Toute réponse juste est comptée + 1 point, toute réponse fausse est comptée – 0,25 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 7

Dans l'intervalle $[\,1\,;\,+\infty[$, l'équation : $2x^3 - 15x^2 + 24x - 16 = 0$

A. a exactement deux solutions
B. a une unique solution
C. n'a pas de solution
D. a trois solutions

QCM 8

On considère la fonction *f* deux fois dérivable sur IR définie par : $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 4x^2 + x + 10$.

A. La fonction *f* est convexe sur $]-2\,;\,+\infty[$.
B. La fonction *f* est concave sur $]-2\,;\,+\infty[$.
C. La fonction *f* admet trois points d'inflexion.
D. La fonction *f* est convexe sur IR.

QCM 9

On considère la suite (u_n) définie par $u_1 = 1$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$:
$u_{n+1} = u_n + 2n + 1$.

A. La suite (u_n) est arithmétique.
B. La suite (u_n) est géométrique.
C. Pour tout entier naturel $n \geq 1$, $u_n = n^2$.
D. Pour tout entier naturel $n \geq 1$, $u_n = 2n + 1$.

QCM 10

Un outil de chirurgie endoscopique peut être fabriqué par deux machines, la première réalisant 60% de la production. Parmi les outils fabriqués par la première machine, 5% sont défectueux et parmi les outils fabriqués par la deuxième machine, 4% sont défectueux.
On note M1 l'événement « l'outil est fabriqué par la première machine » et D l'événement « l'outil présente un défaut ». On prélève un outil au hasard.

A. Les événements M1 et D sont indépendants.
B. La probabilité qu'un outil présente un défaut est 0,045.
C. La probabilité qu'un outil ne présente pas de défaut est 0,954.
D. Sachant que l'outil prélevé provient de la machine 2, la probabilité qu'il présente un défaut est 0,016.

QCM 11

Soit la fonction *f* définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x}\ln(x)$. Alors l'intégrale $\int_1^3 f(x)\,dx$ est égale à :

A. $\frac{\ln 3}{3}$

B. $\frac{(\ln 3)^2}{3}$

C. $\frac{(\ln 3)^2}{2}$

D. $\frac{\ln 9}{2}$

QCM 12

Une classe de l'ESA comprend 20 étudiants, 80% d'entre eux réussissent le concours de fin d'année. On considère que les résultats des élèves à l'examen sont indépendants les uns des autres.

A. La probabilité de l'événement : « au moins un étudiant réussit son concours en fin d'année » est supérieure à 0,99.
B. La probabilité qu'aucun étudiant ne réussisse son concours est 0.
C. Il est impossible que tous les étudiants échouent au concours.
D. La probabilité qu'un étudiant exactement réussisse le concours est 0,8.

EXERCICE 3 (8 points)

L'objet de ce problème est d'étudier l'évolution du nombre de bactéries dans un milieu au cours du temps. On introduit un million de bactéries dans ce milieu de culture à l'instant t=0.

Le nombre de bactéries (en millions), à l'instant *t* (en heures), est donné par une fonction *f* strictement positive et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$, qui vérifie l'équation (E) suivante :

$$f'(t) = af(t)[1 - \frac{f(t)}{100}] \text{ pour tout } t > 0,$$

où *a* est une constante strictement positive donnée.

1) a) Démontrer que *f* vérifie l'équation (E) si et seulement si $g = \frac{1}{f}$ est solution de l'équation différentielle (E') suivante : $y' + ay = \frac{a}{100}$.
b) Trouver une fonction constante solution de (E').
c) En déduire la solution générale *g* de l'équation (E').
d) Montrer que la solution *f* de l'équation (E) vérifiant *f*(0)=1 est donnée par :

$$f(t) = \frac{100}{1+99e^{-at}} \text{ pour tout t dans } [0\ ;\ +\infty\ [.$$

2) a) Etudier le sens de variation de la fonction *f* sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
b) Déterminer la limite de *f* en $+\infty$.
c) Déduire des questions précédentes un encadrement de *f* par deux réels.
d) Démontrer qu'il existe un unique réel t_0 strictement positif tel que $f(t_0) = 50$.
3) a) Démontrer que : $f'' = a\left(1 - \frac{f}{50}\right) f'$.
b) Etudier le signe de *f''* sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. En déduire les conséquences d'un point de vue mathématique d'une part et médical d'autre part.
4) Exprimer t_0 en fonction de *a.*
5) Exprimer, en fonction de *a* et t_0, le nombre moyen de bactéries entre les instants 0 et t_0.
6) Tracer dans un repère orthogonal une allure de la courbe représentative de la fonction *f* sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

FEUILLE REPONSES QCM

Cocher dans les grilles suivantes la bonne réponse des QCM 1 à 12.

Exercice 1

	A	B	C	D
QCM 1				
QCM 2				
QCM 3				
QCM 4				
QCM 5				
QCM 6				

Exercice 2

	A	B	C	D
QCM7				
QCM8				
QCM9				
QCM10				
QCM11				
QCM12				