MINISTÈRE DES ARMÉES

*Liberté*
*Égalité*
*Fraternité*

# ÉPREUVES D'ADMISSIBILITÉ
# ÉCOLE DE SANTÉ DES ARMÉES

*Catégorie : Baccalauréat*

Vendredi 1er avril 2022

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

## 22-SSA-ESA-M-P

***Durée : 1 heure 30 minutes***

***Coefficient 2***

## ***IMPORTANT***

*- L'utilisation de téléphone portable, de calculatrice, de règle à calculs, de formulaires, de papier millimétré est interdite.*

*- Il est interdit de signer sa copie ou d'y mettre un signe distinctif quelconque.*

*- Ecrivez au stylo-bille, encre bleue ou noire, non effaçable. Attention, utilisation restreinte de blanc correcteur (de préférence, rayer l'erreur).*

***- Vérifiez que ce fascicule comporte 7 pages dont une page de garde comprise.***

*- Toutes les réponses aux QCM doivent être faites sur la grille de réponses jointe. Si le candidat répond aux QCM sur le fascicule ou la copie et non sur la grille, ses réponses ne seront pas prises en compte par le correcteur.*

*- Pour chacun des QCM, les candidats doivent cocher les lettres des propositions qu'ils considèrent comme correctes. Il est demandé aux candidats de faire très attention au numéro de QCM quand ils « cochent » la grille de réponses jointe.*

*- Il sera tenu compte de la qualité de la présentation de la copie et de l'orthographe. Aucun brouillon ne sera pris en compte.*

## EXERCICE 1 (6 points)

*Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.*

*On demande au candidat d'indiquer **sans justification** la réponse qui lui paraît exacte **en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.***

*Toute réponse juste est comptée + 1 point, toute réponse fausse est comptée – 0,25 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.*

**QCM 1**

Une suite $(u_n)$ est telle que pour tout entier naturel *n,* on a $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$, alors :

A. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

B. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$

C. la suite $(u_n)$ converge

D. la suite $(u_n)$ diverge

**QCM 2**

La suite $(v_n)$ définie pour tout entier naturel *n* par $v_n = 5 - \frac{1}{n^2+1}$ est :

A. décroissante sur IN

B. croissante sur IN

C. non monotone sur IN

D. minorée par 5 sur IN

**QCM 3**

La suite $(S_n)$ est définie pour tout entier naturel *n* non nul par $S_n = 1 + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{4^n}$.

Alors la suite $(S_n)$ :

A. a pour limite 2

B. a pour limite $\frac{4}{3}$

C. n'a pas de limite

D. a pour limite $+\infty$

**QCM 4**

Soit la fonction *f* définie sur $]0\,;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$. La dérivée de la fonction *f* a pour expression :

A. $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$

B. $-\frac{1}{x(x+1)}$

C. $-\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)^2}$

D. $-\frac{1}{x(x+1)^2}$

**QCM 5**

Soit $E = \frac{e^{1+ln2}}{3e^{1+ln3}}$. Alors *E* est égal à :

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{e+2}{e+9}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{1}{3}$

**QCM 6**

On considère la fonction $g$ définie sur IR par $g(x) = cos^2(x) - 2cos(x)$. La dérivée de la fonction $g$ a pour expression :

A. $sin^2(x) + 2sin(x)$

B. $-2\,cos(x)\,sin(x) + 2sin(x)$

C. $2sin(x)(cos(x) - 1)$

D. $2sin^2(x) - 2sin(x)$

## EXERCICE 2 (6 points)

*Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.*

*On demande au candidat d'indiquer* ***sans justification*** *la réponse qui lui paraît exacte* ***en cochant la case sur la grille prévue à cet effet****.*

*Toute réponse juste est comptée + 1 point, toute réponse fausse est comptée – 0,25 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.*

**QCM 7**

La fonction *h* est définie sur IR par $h(x) = xe^{2x}$. Une primitive sur IR de *h* a pour expression :

A. $H(x) = \frac{x^2e^{2x}}{4}$
B. $H(x) = (2x+1)e^{2x}$
C. $H(x) = \frac{x}{2}e^{2x}$
D. $H(x) = (\frac{1}{2}x - \frac{1}{4})e^{2x}$

**QCM 8**

L'intégrale $\int_0^3 (e^x + 2x - 5)dx$ est égale à :

A. $e^3 + 1$
B. $e^3 + 4$
C. $e^3 - 7$
D. $e^3 - 1$

**QCM 9**

Le plan ayant pour vecteur normal $\vec{n}(-1; 3; 2)$ et passant par le point $A(-1; 0; 0)$ a pour équation cartésienne :

A. $-x - 3y + 2z - 5 = 0$
B. $-x + 3y + 2z + 2 = 0$
C. $x - 3y - 2z + 1 = 0$
D. $x + 3y - 2z + 1 = 0$

**QCM 10**

La couverture vaccinale contre la diphtérie-tétanos est de 90% chez les jeunes de 15 ans. Lors d'un sondage de la population des jeunes de 15 ans, on interroge au hasard 50 jeunes en une journée sur la vaccination contre la diphtérie-tétanos.

La population des jeunes de 15 ans est suffisamment importante pour assimiler ce sondage à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire dénombrant les jeunes de 15 ans vaccinés contre la diphtérie-tétanos parmi les 50 jeunes interrogés.

A. La probabilité qu'aucun des jeunes de 15 ans ne soit vacciné est égale à $50 \times 10^{-49}$

B. En moyenne, 45 jeunes parmi les 50 jeunes sont vaccinés

C. La probabilité que tous les jeunes de 15 ans soient vaccinés parmi les 50 jeunes interrogés a une valeur voisine de 1

D. X suit une loi binomiale de paramètre n=15 et p=0,9

**QCM 11**

Soit la fonction $f$ définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$, alors :

A. pour tout réel $x$ de $]0; +\infty[$, $f(x) = \frac{x}{10}$

B. pour tout entier naturel $n$ non nul, $f(3^n) = 3f(n)$

C. $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1 - f(3)$

D. pour tout réel $x$ de $]0; +\infty[$, $f(3x) = f(3) + f(x)$

**QCM 12**

Pour se préparer aux partiels, les étudiants de première année passent deux examens blancs. 40% d'entre eux réussissent le premier examen blanc. La probabilité d'échouer au deuxième examen blanc est 0,9 si l'étudiant a échoué au premier et 0,2 si le premier a été réussi.

A. La probabilité qu'un étudiant réussisse les deux examens blancs est strictement supérieure à 0,4

B. La probabilité qu'un étudiant réussisse le deuxième examen blanc est strictement supérieure à 0,74

C. Si un étudiant réussit le deuxième examen blanc, la probabilité qu'il ait également réussi le premier examen blanc est strictement supérieure à 0,4

D. Si un étudiant échoue au deuxième examen blanc, la probabilité qu'il ait également échoué au premier examen blanc est strictement inférieure à 0,75

## EXERCICE 3 (8 points)

Pour cet exercice, on donne $\ln(2) \approx 0{,}7$ ; $\ln(0{,}0005) \approx -7{,}6$ ; $\sqrt{0{,}0736} \approx 0{,}27$.
Un patient consulte un oncologue pour un problème de cellules cancéreuses.

**Partie A : test**

L'oncologue commence par faire un test pour savoir si la tumeur est opérable ou non. Pour cela, il mesure le temps $t_0$ (en heures) mis pour que la quantité $q$ d'une certaine substance $S_0$ injectée dans l'organe malade atteigne son maximum.

Puis il applique la règle de décision suivante :

- Si $t_0 < 20$, la tumeur est opérable
- Si $t_0 \geq 20$, la tumeur n'est pas opérable

On note *q(t)* la quantité, exprimée en milligrammes, de la substance $S_0$ dans l'organe malade, à l'instant *t*, en heures. On sait que la fonction *q* est solution de l'équation différentielle :

$$\text{(E)} : 2y' + y = -0{,}001\, t + 3{,}998$$

où *y* est une fonction de la variable réelle *t* définie, dérivable sur l'intervalle [0 ; 100] et *y'* sa fonction dérivée.

1) a) Résoudre l'équation $(E_0)$ : $2y' + y = 0$ sur l'intervalle [0 ; 100].

   b) Déterminer les deux réels *a* et *b* de l'intervalle $[0 ; 100]$ tels que la fonction *g* définie sur l'intervalle [0 ; 100] par $g(t) = at + b$ soit une solution particulière de l'équation différentielle (E).

   c) En déduire les solutions *q* de (E) sur l'intervalle $[0 ; 100]$.

2) a) Démontrer que la solution *q* de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale *q(0) = 0* est la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 100] par $q(t) = 4 - 0{,}001t - 4e^{\frac{-t}{2}}$.

   b) Calculer la dérivée de *q* sur l'intervalle [0 ; 100].

   c) Etudier les variations de *q* sur l'intervalle [0 ; 100].

   d) Donner une valeur $t_0$, approchée au dixième, pour laquelle *q* est maximale.

   Quelle est la décision de l'oncologue ?

**Partie B : récidive**

Après l'opération, l'oncologue effectue un prélèvement sur les tissus voisins de la tumeur enlevée, qu'il envoie à un laboratoire d'analyses. Ce laboratoire injecte dans le prélèvement une substance $S_1$ composée de 1000 cellules de type A.

On note *N(t)* le nombre de cellules de type A à l'instant *t*, *t* étant exprimé en jours. On sait que $N(t) = 1000e^{rt}$ où *r* est un nombre réel donné ne dépendant que du prélèvement du patient à la date 0.

Puis il applique la règle de décision suivante :

- si le temps mis, pour avoir 2000 cellules de type A dans le prélèvement, excède 10 jours, on dira que le risque de récidive est élevé.

- dans le cas contraire, on dira que ce risque est modéré.

Le laboratoire analyse le prélèvement du patient et annonce que le nombre de cellules de type A a quadruplé au bout de 28 jours.

1) Donner la valeur exacte de *r*.
2) Quel est le risque de récidive pour ce patient ?

**Partie C : chimiothérapie**

L'oncologue propose de compléter l'opération par une chimiothérapie. Lors d'un traitement par chimiothérapie en intraveineuse, la concentration du médicament dans l'organisme, exprimée en $\mu mol.L^{-1}$ (en micromole par litre), peut être modélisée en fonction du temps *t*, exprimé en heure, par la fonction *c* définie sur l'intervalle $[\,0\,;+\infty\,[$ par :

$$c(t) = \frac{D}{K}(1 - e^{\frac{-Kt}{80}})$$

où

* *D* est un réel positif représentant le débit d'écoulement du médicament dans la perfusion, exprimé en micromole par heure,

* *K* est un réel positif qui représente la clairance du patient, exprimée en litre par heure.

La clairance est la capacité d'un patient à éliminer plus ou moins vite le médicament de son organisme. Elle est propre à chaque individu et est inconnue au début du traitement. Il est nécessaire de la déterminer afin que le médecin puisse adapter le traitement au patient en ajustant le débit *D*.

1) Détermination de la clairance :

Afin de déterminer la clairance, on effectue les mesures suivantes. On règle le débit de la perfusion sur 120 $\mu mol.h^{-1}$ ; au bout de 6 heures, on prélève un échantillon de sang du patient et on mesure la concentration du médicament qui est égale à 4,5 $\mu mol.L^{-1}$.

a) Justifier que la clairance K du patient est solution de l'équation :

$$120\left(1-e^{\frac{-3x}{40}}\right)-4{,}5x=0$$

b) Démontrer que cette équation admet une solution unique sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

On prendra *K* = 21 pour la suite du problème.

2) Réglage du débit :

a) Déterminer la limite l de la fonction *c* en $+\infty$ en fonction du débit *D*.

b) La concentration du médicament dans le sang se rapproche rapidement de sa limite l.

Pour que le traitement soit efficace sans devenir toxique, cette concentration limite doit être égale à 10 $\mu mol.L^{-1}$

En déduire la valeur du débit *D*, à régler par le médecin.